

Selección de elementos y leyes de comportamiento para la modelización no lineal en procesos de conformado de metales.

A. Santos¹, J.M. Goicolea^{1,2}, F. Gabaldón^{1,2}, M^a.A. Gutiérrez³.

1. *Tecnología Grupo Ini S.A., Pza. Marqués de Salamanca 3-4, 28006 Madrid*
2. *Departamento de Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras ETSI Caminos C. y P. UPM. Ciudad Universitaria. 28040 Madrid.*
3. *Departamento de Análisis y Diseño, LABEIN, Cuesta de Olabeaga 16, 48013 Bilbao*

Resumen: Se presenta en este trabajo una metodología adecuada para la resolución de algunos problemas de conformado de metales. La necesidad de trabajar con leyes constitutivas no lineales, en grandes deformaciones teniendo en cuenta la existencia de contacto y rozamiento entre las diversas piezas modelizadas hacen necesario disponer de una formulación apropiada para la correcta modelización de estos procesos. Por último se presenta la aplicación a un problema industrial de esta metodología.

1.- Introducción.

El empleo de códigos de cálculo no lineales en la modelización de procesos de conformado de metales ha estado condicionado por la capacidad de cálculo de los ordenadores existentes. Los avances en lo que a rapidez de cálculo concierne obtenidos en los últimos años han permitido abordar la simulación de los citados procesos. Sin embargo, y debido a la complejidad de los problemas abordados, todavía son necesarios tiempos y capacidades de cálculo elevados. Por esta razón es necesario disponer de algoritmos robustos y eficientes en la modelización de procesos industriales.

En el presente trabajo se presentan los modelos constitutivos, los elementos y los algoritmos empleados para la simulación de ciertos procesos industriales, mostrando ciertas aplicaciones de los mismos.

2.- Metodología empleada.

Entre las diversas cuestiones a resolver para obtener una adecuada modelización de los procesos de conformado citaremos las siguientes:

1. Formulación de una ley de comportamiento adecuada para la modelización de las grandes deformaciones y grandes rotaciones en el caso de un material elasto-plástico, incluyendo un algoritmo de retorno radial para la actualización de tensiones.
2. Utilización de técnicas de integración adecuadas que eviten la aparición de modos de energía nula y el bloqueo de la malla.

3. Formulación e implementación de algoritmos de contacto y rozamiento apropiados.
4. Utilización de técnicas de remallado, con y sin cambio de la topología de la malla, para evitar una deformación excesiva de los elementos de la malla que podría dar lugar al colapso del cálculo.

En lo que sigue pretendemos dar una somera idea de los algoritmos utilizados para salvar estas dificultades.

2.1 Resumen de la teoría constitutiva elasto-plástica con grandes deformaciones, superficie de fluencia de von Mises, ley de fluencia asociativa y combinación lineal de endurecimiento isotrópico y cinemático.

Mostraremos en primer lugar someramente el método general para la obtención de una tasa corrotacional de las tensiones y posteriormente daremos un algoritmo de implementación de la misma. [1]

Por \mathbf{x} representaremos la posición actual para una partícula de material, que en el instante inicial $t=0$, ocupaba la posición \mathbf{X} . Escribiremos entonces, $\mathbf{x} = \phi(\mathbf{X}, t) = \phi_t(\mathbf{X})$, donde ϕ representa el "movimiento" y ϕ_t es la configuración en el tiempo t . Las coordenadas espaciales se representan mediante subíndices de letras minúsculas (x_i) y las materiales mediante subíndices de letras mayúsculas (X_A), tomando como sistema de representación el cartesiano.

Sea \mathbf{l} el gradiente espacial de velocidad, \mathbf{d} la tasa de deformación y ω el spin o vorticidad (Mec. de fluidos), podemos entonces escribir

$$\mathbf{l} = \mathbf{d} + \omega \quad (1)$$

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}^T, \quad \omega = -\omega^T \quad (2)$$

El spin nos da una medida de la velocidad angular según los ejes principales de la tasa de deformación. Definimos el gradiente de deformaciones:

$$F_{iA} = \phi_{i,A} = \frac{\partial \phi}{\partial x_A} \quad (3)$$

Estando el gradiente de deformaciones y el gradiente de velocidades relacionada a través de:

$$\dot{\mathbf{F}} = \mathbf{l}\mathbf{F} \quad (4)$$

Si utilizamos la descomposición polar por la derecha

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}\mathbf{U} \quad (5)$$

donde \mathbf{R} es ortogonal y \mathbf{U} simétrica y definida positiva; \mathbf{R} da una medida de la rotación del material y, \mathbf{U} de la deformación.

Utilizaremos la tasa corrotacional de Green-Naghdi [2] expresada en la forma:

$$\dot{\sigma}^* = \dot{\sigma} + \sigma\dot{\Omega} - \dot{\Omega}\sigma \quad (6)$$

donde

$$\Omega = \dot{\mathbf{R}}\mathbf{R}^T \quad (7)$$

Veamos ahora la ley constitutiva correspondiente:

Ecuación constitutiva

$$\dot{\sigma}_R = C_R(d_R - d_R^{pl}) \quad (8)$$

donde C_R es la matriz constitutiva elástica, y los subíndices R se refieren a la configuración una vez rotada por Ω

Ecuación para la evolución del radio de la superficie de fluencia (von Mises) en el plano de las tensiones desviadoras:

$$\dot{R} = \sqrt{\frac{2}{3}} \beta H' d^{pl} \quad (9)$$

donde H' es el módulo plástico del material y corresponde a la pendiente de la curva que representa la variación de tensión efectiva-deformación plástica efectiva, β determina la proporción entre endurecimiento isotrópico ($\beta = 1$) y cinemático ($\beta = 0$). Ecuación de evolución para el centro de la superficie de fluencia en el plano de las tensiones desviadoras (back stress):

$$\dot{\alpha}_R = \frac{2}{3}(1 - \beta)H' d_R^{pl} \quad (10)$$

Ley de fluencia

$$d_R^{pl} = \begin{cases} 0 & (E) \\ \Lambda N_R(P) & \end{cases} \quad (11)$$

donde N_R es la normal unitaria que se define más adelante.

Predictor para la evolución de las tensiones

$$\dot{\sigma}_R^r = C_R d_R \quad (12)$$

Definición del proceso elástico (E)

$$\begin{aligned} \xi_R &= \sigma_R - \alpha_R \\ f(\xi_R) &< k^2 \quad \text{o} \\ f(\xi_R) &= k^2 \quad \text{con} \quad N_R \cdot \dot{\sigma}_R^r \leq 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Definición del proceso plástico (P)

$$f(\xi_R) = k^2 \quad \text{con} \quad N_R \cdot \dot{\sigma}_R^r > 0 \quad (14)$$

Vector unitario normal

$$N_R = \frac{\xi_R'}{R} \quad (15)$$

$$\text{con} \quad \dot{\varepsilon}_R = d_R, \quad \dot{\varepsilon}_R^{pl} = d_R^{pl} \text{ y } \dot{\bar{\varepsilon}}_R^{pl} = \bar{d}_R^{pl} \quad (16)$$

La implementación de estos algoritmos suele efectuarse utilizando la configuración intermedia en cada paso como puede verse en [2]

2.2 Elementos y técnicas de integración adecuadas al problema.

En los procesos plásticos, que conservan el volumen localmente, puede llegar a producirse el bloqueo de la malla al ser mucho mayores las deformaciones plásticas que las elásticas.

La aplicación del método de los elementos finitos en desplazamientos da lugar a una matriz de rigidez elemental que puede descomponerse en dos partes, \mathbf{K}_1 que representa la parte de la matriz que tiende a mantener la constancia de volumen y \mathbf{K}_2 con el resto de la contribución. En un medio incompresible, o próximo a ello, la influencia de la primera es tan elevada que domina la solución del sistema haciéndola casi cero y produciéndose el bloqueo de malla.

Las dos técnicas mas comunes para tratar de forma efectiva los medios incompresibles o casi incompresibles son la integración selectiva reducida y el elemento de dilatación media.

La primera consiste en integrar con un orden de cuadratura más bajo la parte volumétrica de la matriz de rigidez para hacerla singular y el resto con una cuadratura normal para mantener el rango de las matrices elementales. Este método equivale a una formulación mixta de dos campos (desplazamientos y presiones), imponiendo la condición de constancia de volumen como una nueva ecuación. En los casos no lineales la división de la matriz de rigidez en parte volumétrica y parte no volumétrica no es tan sencilla por lo que es poco utilizada. Una alternativa es integrar de forma reducida toda la matriz, pero esto produce una reducción en el rango que puede dar lugar a la aparición de modos de energía nula o modos espurios que invalidarían el cálculo.

Un procedimiento que generaliza ambas técnicas y que es valido para materiales no lineales es la formulación $\bar{\mathbf{B}}$ [3], que equivale a una mixta en tres campos ($\mathbf{u}, \epsilon_v, p$) y consiste en dividir la matriz \mathbf{B} que relaciona desplazamientos y deformaciones en su parte volumétrica y su parte desviadora como sigue

$$\bar{\mathbf{B}} = \bar{\mathbf{B}}^v + \mathbf{B}^d = \begin{bmatrix} B_1 + \frac{\bar{B}_1 - B_1}{3} & \frac{\bar{B}_1 - B_1}{3} & \frac{\bar{B}_3 - B_3}{3} \\ \frac{\bar{B}_1 - B_1}{3} & B_2 + \frac{\bar{B}_2 - B_2}{3} & \frac{\bar{B}_3 - B_3}{3} \\ \frac{\bar{B}_1 - B_1}{3} & \frac{\bar{B}_1 - B_1}{3} & B_3 + \frac{\bar{B}_3 - B_3}{3} \\ 0 & B_3 & B_2 \\ B_3 & 0 & B_1 \\ B_2 & B_1 & 0 \end{bmatrix}$$

(17)

\bar{B}_i se puede obtener tanto por proyección como por interpolación. Un caso particular

es considerar $\bar{B}_i = \frac{\int B_i d\Omega}{\int d\Omega}$ lo que da lugar al elemento de dilatación media de Nagtegaal [4].

2.3 Formulación del contacto y del rozamiento.

Una de las no linealidades más importantes que aparecen en los problemas de conformado de metales, es la aparición de contornos susceptibles de entrar en contacto produciendo esfuerzos normales y de fricción entre los contornos dichos contornos.

La parte geométrica del tratamiento del contacto, consiste en la necesidad de conocer las zonas de posibles contactos. Este conocimiento puede obtenerse mediante una búsqueda automática de los contornos, o bien predefiniendo las líneas de posible contacto.

Clásicamente los contactos han sido tratados por dos métodos utilizando multiplicadores de Lagrange o mediante el empleo de penalizadores. En el primer caso se plantean el funcional de energía con la restricción añadida del contacto apareciendo unas incógnitas adicionales que son las fuerzas de contacto y el problema equivale a encontrar el punto de silla del funcional y no un máximo y mínimo.

Mediante el segundo sistema estaríamos actuando como si se hubieran introducido unos muelles de constante de rigidez muy elevada entre los nodos que hayan interpenetrado, o entre estos y los segmentos correspondientes.

Las fuerzas normales se calculan mediante una ecuación de tipo elástico, $\mathbf{F}_n = \mathbf{K}_n \mathbf{d}_n$, donde \mathbf{F}_n es la fuerza, \mathbf{K}_n la rigidez y \mathbf{d}_n la interpenetración, todas ellas normales.

Es necesario por lo tanto una correcta determinación de las normales en los contactos, ya sean nodo-nodo o nodo-lado.

Este método presenta la ventaja de no introducir incógnitas adicionales pero sin embargo varia el perfil del sistema por lo que es preferible predefinir las líneas de contacto en aquellos códigos que almacenan solo una parte de la matriz de rigidez (almacenamiento perfil, de términos a priori no nulos,...).

La rigidez del muelle ficticio que se utiliza, viene determinada por el parámetro de penalización K , de ahí que, sea necesario un ajuste inicial mediante prueba y error, controlando la interpenetración.

Asociada a la existencia del contacto aparece la necesidad de una correcta modelización de la fricción. Para ello, [5] se han utilizado clásicamente los modelos de Coulomb y de la capa límite. Por ser el más empleado recordaremos someramente el primero de ellos.

Se define el coeficiente de fricción f como la relación entre el esfuerzo tangencial y el normal ejercido entre las superficies.

Se puede definir entonces la fuerza tangencial (F_t) de la forma: $F_t = \min(K_t d_t, f F_n)$, donde K_t es la rigidez tangencial dada por la resistencia a rotura en cizalladura y d_t la interpenetración tangencial.

El conocimiento del coeficiente de fricción f en cada situación es determinante a la hora de determinar esfuerzos tangenciales, ya que la presencia o no de lubricante y el rango de confinamiento del material, hacen que las variaciones de dicho parámetro sean muy importantes.

2.4 Algoritmos de remallado.

Es de sobra conocido, que los códigos implícitos dan una buena aproximación para problemas de distorsión de malla moderada.

Si la distorsión resulta excesiva, para la buena resolución del problema se necesitan otros tipos de mallas (Euleriana, ALE, ...), sin embargo, la formulación lagrangiana es la más utilizada en mecánica de sólidos, debido entre otras razones, al buen comportamiento en los problemas de contacto y modelos del material dependientes del tiempo. Por lo tanto, es necesario disponer de una herramienta que evite el colapso del cálculo en el caso de grandes distorsiones de la malla. Esto se consigue mediante una resolución (rezoning) de los nodos de la malla según las siguientes etapas [2]:

- Generación de todos los valores a ser recalculados para todos los nodos del mallado antiguo.
- Recolocación de nodos en una o más partes del mallado antiguo.
- Finalización del proceso interpolando a partir de los valores calculados para los nodos del mallado antiguo

Los valores de las variables en los puntos de Gauss se aproximan a trozos mediante campos continuos y definidos en cada elemento en términos de variables nodales de la forma $g = \phi g_n$ donde ϕ son funciones de la forma del mismo orden que las usadas en el análisis por E. F. y g_n es un vector de valores en puntos nodales.

Para la recolocación geométrica de los nuevos nodos interiores, una vez ajustados los del contorno, se podrán utilizar los métodos clásicos: Líneas equipotenciales, Interpolación isoparamétrica o una combinación lineal de ambos

3.- Análisis de la extrusión de una vaina de proyectil de aluminio.

En la figura 1 se muestra la evolución de la malla utilizada en uno de los análisis efectuados para la simulación de uno de los pasos (el más crítico de todo el proceso) de la fabricación por extrusión de una vaina de aluminio [6] utilizando la metodología expuesta anteriormente con control automático del paso de tiempo. En la figura dos se muestra la evolución de la tensión efectiva y en la figura 3 la de la deformación plástica efectiva. Estos dos valores son clásicos a la hora de establecer criterios de rotura en las zonas críticas lo que permite optimizar el proceso.

4.- Conclusiones

- El empleo de formulaciones robustas para las leyes de comportamiento combinadas con técnicas de integración apropiadas permite abordar problemas no lineales de resolución compleja pero muy solicitados por la industria.
- La utilización de técnicas de remallado, aún sin incluir cambios topológicos, permite evitar la excesiva distorsión de los elementos lo que podría conducir al colapso del análisis. Avances posteriores utilizando indicadores de error y refinamiento permitirían una mejor aproximación al problema.
- La formulación de los contactos mediante penalizadores si bien necesita una modulación inicial del parámetro de penalización se muestra eficiente a la hora de efectuar el cálculo.

5.- Referencias

1. HUGHES, T.R.- Numerical Implementation of constitutive models: Rate-independent deviatoric plasticity. *Theoretical Foundation for Large-Scale Computations for Nonlinear Material Behavior*(eds.Nemat-Nasser, Asaro and Hegemier),pp. 29-57, (1984).
2. ENGELMAN, B.y HALLQUIST, J.O.- *NIKE2D. A Nonlinear, Implicit, Two-Dimensional Finite Element Code for Solid Mechanics- User Manual*. Lawrence Livermore National Laboratory. (1991).
3. HUGHES, T.R.-*The Finite Elements Methods- Linear Static and Dynamics Finite Elements Analysis*. Prentice-Hall, New Jersey, (1987)
4. NAGTEGAAL, J.C., PARKS, D:M. y RICE, J.R.- On numerically Accurate Finite Elements Solutions in the Fully Plastic Range" *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 4, 153, (1974)
5. LEMAITRE, J. y CHABOCHE, J.L. *Mécanique des matériaux solides*. Dunod, Paris. (1988).
6. SVSB/INF/002. Informe interno TGI. *Simulación de la Fabricación de Vainas para la E.N. Sta. Barbara. Fase I. Informe Final* (1992)

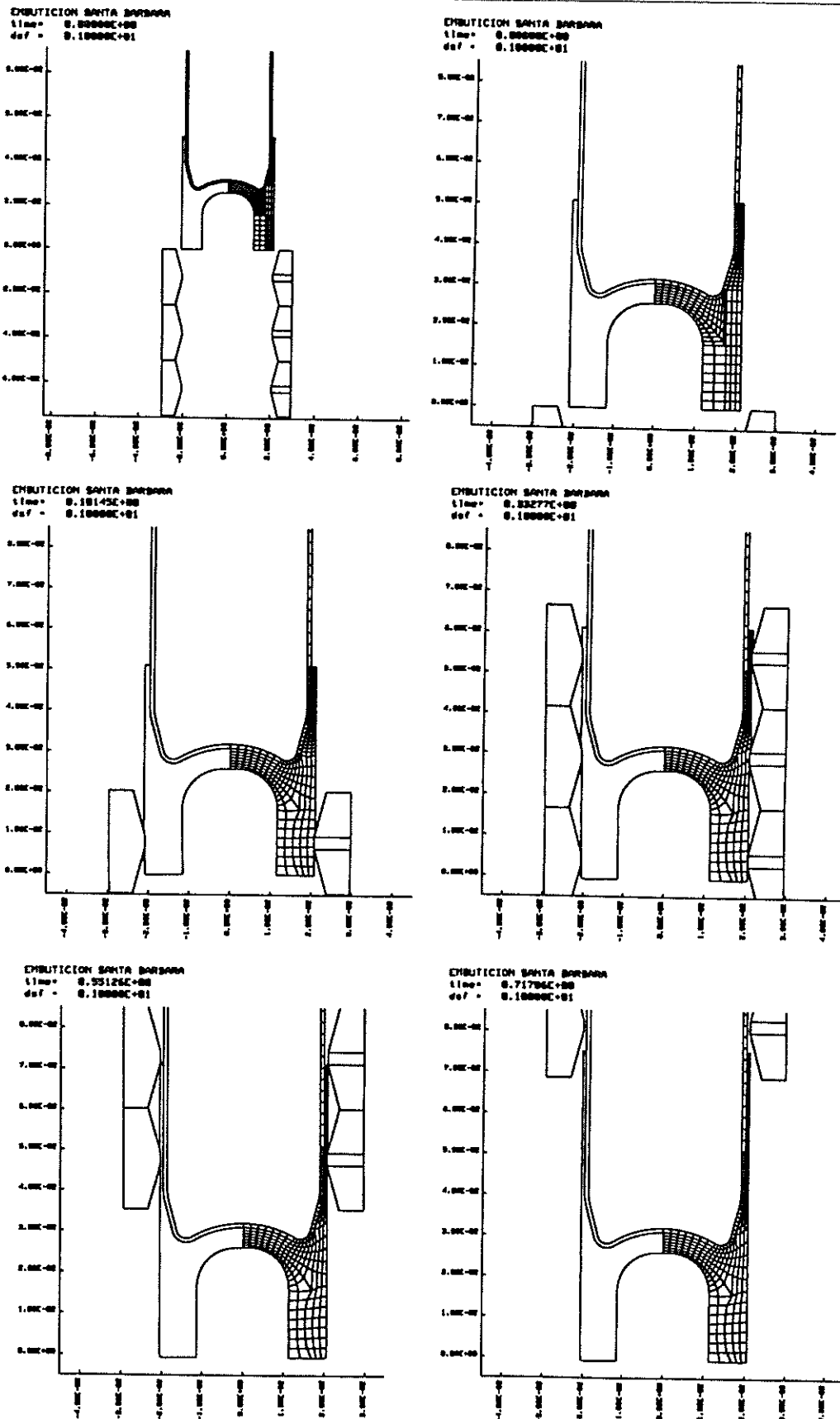


Figura 1 : Evolución geométrica de la malla.

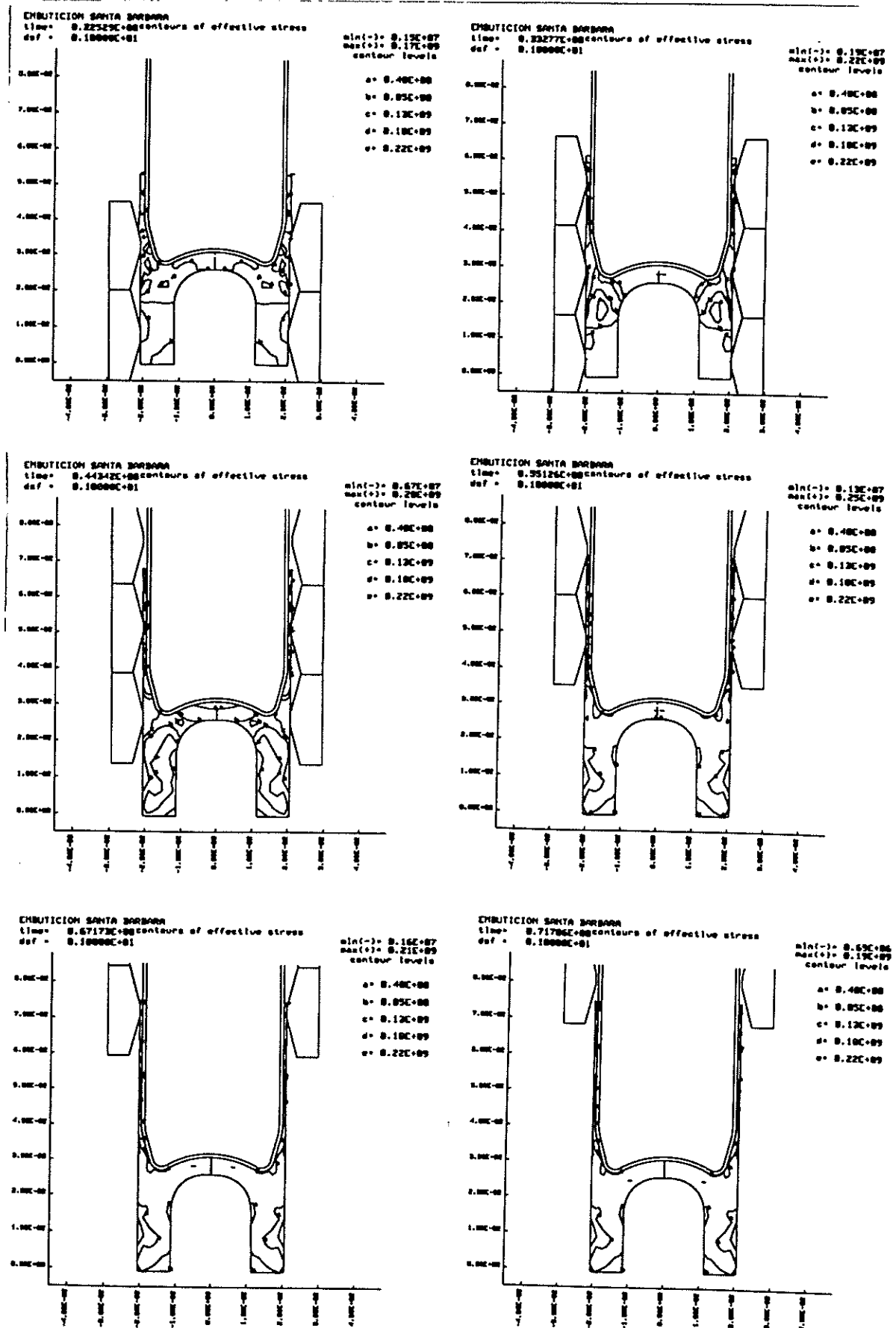


Figura 2 : Evolución de la tensión efectiva.

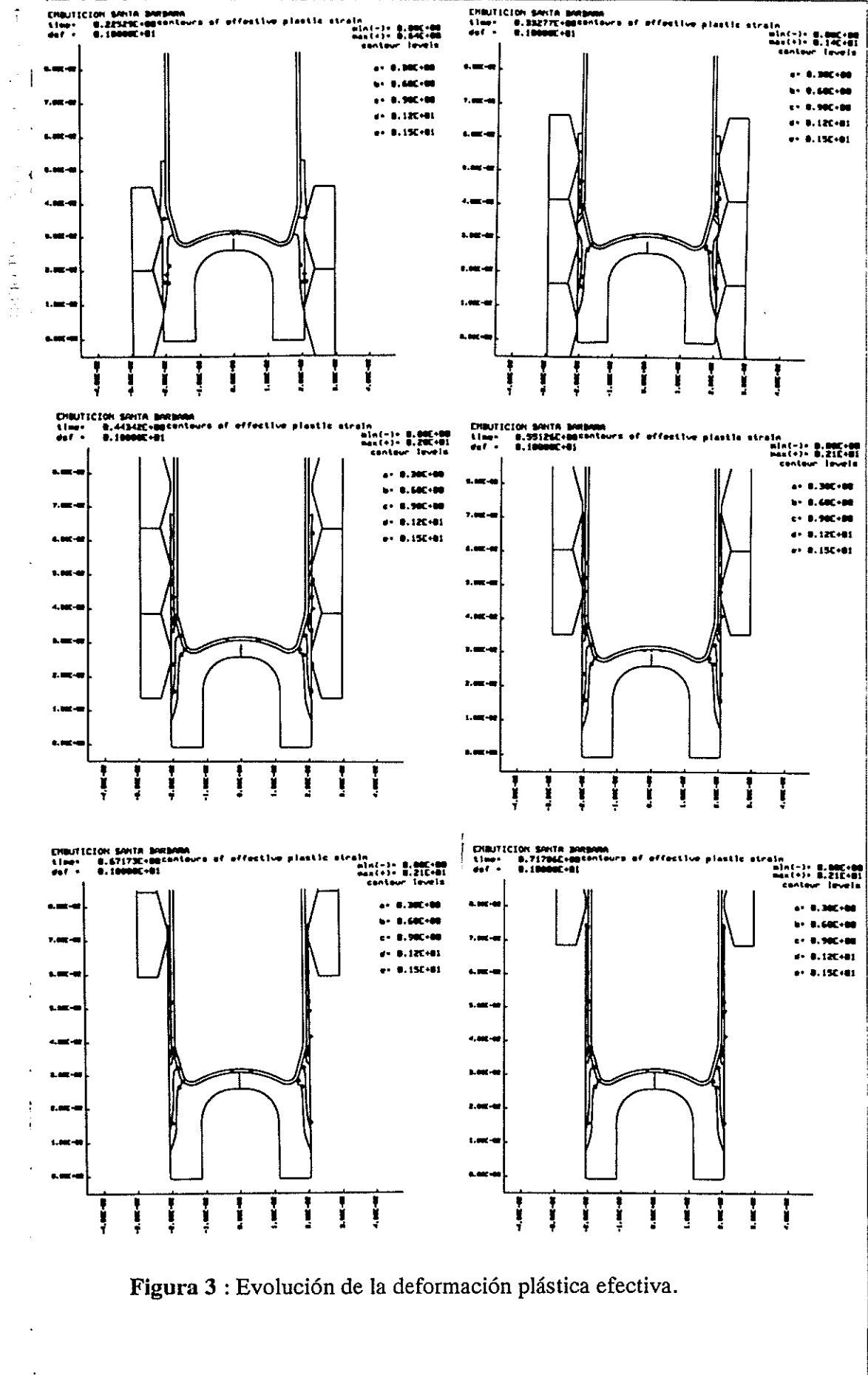


Figura 3 : Evolución de la deformación plástica efectiva.